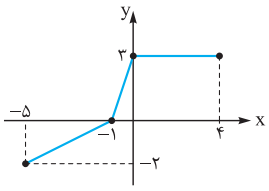
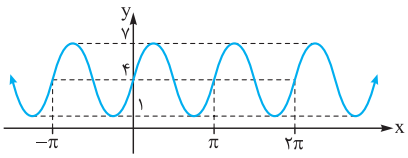
۱۴ آزمون	ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	خیلی سبز!
	◄ نوبت اول ►	پایهٔ دوازدهم	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

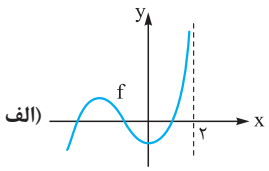
ردیف		نمره
۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید: الف) برای دو تابع f و g با شرط آن‌که $f \neq g$ تساوی $(fog)(x) = (gof)(x)$ هیچ‌گاه برقرار نیست. ب) اگر دورهٔ تناوب $f(x) = \sin kx$ برابر با π باشد، دورهٔ تناوب تابع $g(x) = f(-x)$ برابر با $\frac{\pi}{2}$ است.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر دامنهٔ تابع $f(x)$ برابر با $[-2,5]$ باشد، طول بازهٔ دامنهٔ تابع $3f(\frac{x}{3})$ برابر با ..... است. ب) در ربع دوم دایرهٔ مثلثاتی، با زیادشدن مقدار زاویه، مقدار تانژانت آن زاویه ..... می‌شود. (زیادتر ـ کم‌تر) پ) جواب معادلهٔ $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ که در بازهٔ $[0,\frac{\pi}{2}]$ واقع می‌باشد، برابر با ..... است.	۰/۷۵
۳	ابتدا نمودار تابع f را رسم کنید سپس بازه‌هایی را که در آن‌ها تابع اکیداً صعودی، اکیداً نزولی یا ثابت است، مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ x-1 & x > 1 \end{cases}$	۱/۲۵
۴	با رسم نمودار، وضعیت یکنوایی تابع $f(x) = 2^x - 1$ را بررسی کنید، سپس در صورت امکان، ضابطه و نمودار تابع وارون آن را به دست آورید.	۲
۵	نمودار تابع $y = f(x)$ داده شده است. نمودار توابع $y = \frac{1}{2}f(2x)$ و $y = -f(-x)$ را رسم کنید. 	۱
۶	برای دو تابع $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x(1-x)}$ ضابطه و دامنهٔ تابع fog را به دست آورید.	۱
۷	نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را رسم کرده سپس دامنه‌اش را طوری محدود کنید که یک‌به‌یک شود، در نهایت با در نظر گرفتن این دامنه، ضابطهٔ وارون f را به دست آورید.	۱/۲۵
۸	برای زاویهٔ $22/5^\circ$ مقادیر سینوس، کسینوس و تانژانت را به دست آورید.	۱/۲۵
۹	معادلهٔ مثلثاتی $\cos x(4\cos x - 9) = -5$ را حل کنید. جواب‌هایی را که در بازهٔ $[0,2\pi]$ قرار دارند، تعیین کنید.	۱
۱۰	نمودار مقابل مربوط به تابع $f(x) = a\sin bx + c$ است. با دقت در شکل نمودار و تشخیص دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطهٔ آن را مشخص کنید. 	۱
۱۱	مثلثی با مساحت ۹ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازهٔ دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۱۸ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟	۱
۱۲	حاصل حدود زیر را به دست آورید: الف) $\lim_{x \to -2} \frac{x^3 - x^2 - x + 10}{x^2 + 3x + 2}$ ب) $\lim_{t \to -\infty} \frac{1 - 9t^3}{t^2 + 2t}$ پ) $\lim_{x \to 1} \frac{4x}{(x-1)^3}$ ت) $\lim_{x \to (\frac{\pi}{2})^+} \tan x$	۳
۱۳	حد تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\lvert x-1 \rvert}{x^2-1} & x \geq 1 \\ [2x-1] & x < 1 \end{cases}$ را در نقطهٔ $x = 1$ در صورت وجود به دست آورید.	۱

DECODE
#رمزگشایی ۲۰ نهایی و ۱۰۰ کنکور!
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون ۱۴	ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	خیلی سبز!
	◀ نوبت اول ▶	پایهٔ دوازدهم	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

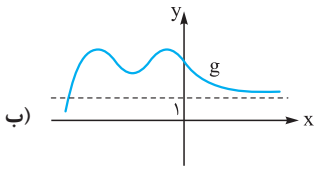
۱۴	برای هر شکل، یک عبارت حدی مناسب بنویسید.	۱

الف)



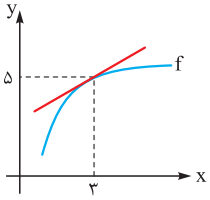
(حد در $x = ۲$)

ب)



(حد در $+\infty$)

۱۵	در شکل مقابل، شیب خط مماس در نقطهٔ $x = ۳$ برابر ۴ است. الف) مقدار k را از رابطهٔ $۲k - ۱ = \lim_{h \to ۰} \frac{f(۳+h) - f(۳)}{h}$ به دست آورید. ب) مقدار $\lim_{x \to ۳} \frac{۲f(x) - ۲f(۳)}{x - ۳}$ چه‌قدر است؟	۱/۵



۱۶	با فرض آن‌که $f(x) = -x^۲ + ۴x$ باشد به کمک تعریف مشتق، مقدار $f'(۳)$ را به دست آورید. سپس معادلهٔ خط مماس بر نمودار $f(x)$ را در نقطهٔ $x = ۳$ بنویسید.	۱/۵
	موفق باشید	۲۰ جمع نمرات

آزمون شمارهٔ ۱۴ (نوبت اول)

۱ الف) نادرست (۰/۲۵) *(فصل ۱ ـ ترکیب توابع)*

مثلاً اگر $f(x)=x$ و $g(x)=\frac{1}{x}$ باشند، با آن‌که $f\neq g$ ولی تساوی $fog=gof$ برقرار است و هر دو تابع fog و gof با هم برابر می‌شوند:

$$(fog)(x)=(gof)(x)=\frac{1}{x}$$

ب) نادرست (۰/۲۵) تابع g برابر می‌شود با $g(x)=\sin(-kx)=-\sin kx$؛ لذا دورهٔ تناوب g هم برابر با π است. *(فصل ۲ ـ تناوب)*

۲ الف) ۲۱ (۰/۲۵) *(فصل ۱ ـ تبدیل توابع)*

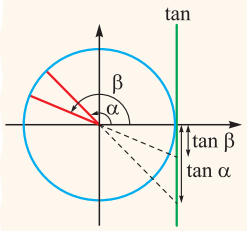
ابتدا محدودهٔ دامنهٔ تابع $3f(\frac{x}{3})$ را به دست می‌آوریم:

$$-2\leq\frac{x}{3}\leq 5 \xrightarrow{\times 3} -6\leq x\leq 15 \Rightarrow \text{طول بازه}=15-(-6)=21$$

ب) زیادتر (۰/۲۵) *(فصل ۲ ـ تانژانت)*

اگر یک دایرهٔ مثلثاتی رسم کنیم، مشاهده می‌شود که در ربع دوم با فرض $\beta>\alpha$ داریم:

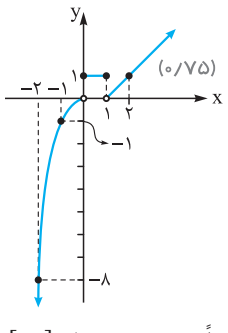
$$\tan\beta>\tan\alpha$$



پ) $\frac{\pi}{12}$ (۰/۲۵) *(فصل ۲ ـ معادلات مثلثاتی)*

$$\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 2x$$
$$\Rightarrow \cos 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{\pi}{6} \Rightarrow 2x=2k\pi\pm\frac{\pi}{6}$$
$$\xrightarrow{\div 2} x=k\pi\pm\frac{\pi}{12} \xrightarrow{x\in[0,\frac{\pi}{2}]} x=\frac{\pi}{12}$$

۳ ابتدا با توجه به هر ضابطه و دامنهٔ مربوط به آن، تک‌تک نمودارها را به روش نقطه‌یابی رسم می‌کنیم، سپس صعودی یا نزولی بودن یا ثابت‌بودن هر یک را بررسی می‌کنیم:



$$f(x)=\begin{cases} x^3 & x<0 \\ 1 & 0\leq x\leq 1 \\ x-1 & x>1 \end{cases}$$

$x<0 \Rightarrow$

x	0	−1	−2
y	0	−1	−8

$0\leq x\leq 1 \Rightarrow$ خط افقی $y=1$

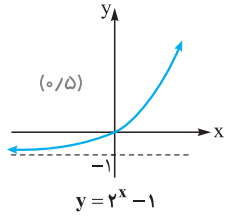
$x>1 \Rightarrow$

x	1	2
y	0	1

واضح است که تابع در بازه‌های $(-\infty,0)$ و $(1,+\infty)$ اکیداً صعودی و در بازهٔ $[0,1]$ ثابت است. (۰/۲۵) (۰/۲۵)

(فصل ۱ ـ توابع صعودی و نزولی)

۴ با توجه به شکل مقابل، هر خط افقی، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند؛ پس این تابع، یک‌به‌یک است. لذا وارون‌پذیر هم می‌باشد. ضمناً تابع، اکیداً صعودی است. (۰/۲۵)



نکته

وارون تابع نمایی، یک تابع لگاریتمی است و برعکس.

حال برای به دست آوردن تابع وارون، باید x را برحسب y بنویسیم.

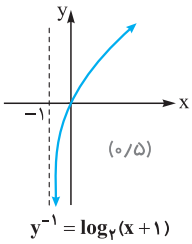
یافتن تابع وارون: $y=2^x-1 \Rightarrow 2^x=y+1$

$$\xrightarrow[\text{در مبنای ۲ می‌گیریم.}]{\text{از دو طرف لگاریتم}} \underbrace{\log_2 2^x=\log_2(y+1)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{x=\log_2(y+1)}_{(۰/۲۵)}$$

$$\xrightarrow[\text{به یکدیگر}]{\text{تبدیل اسم متغیرها}} \underbrace{f^{-1}(x)=\log_2(x+1)}_{(۰/۲۵)}$$

برای رسم نمودار تابع وارون باید نمودار $\log_2 x$ را ۱ واحد به چپ حرکت دهیم:

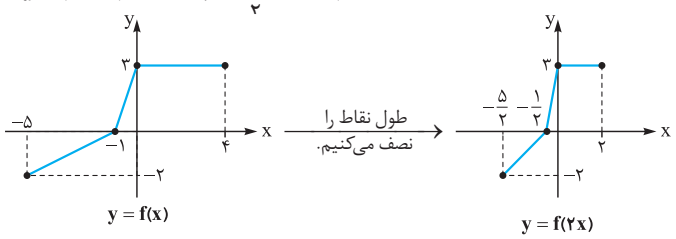
(یا می‌توانیم قرینهٔ نمودار $y=2^x-1$ را نسبت به خط $y=x$ رسم کنیم). *(فصل ۱ ـ تابع وارون)*

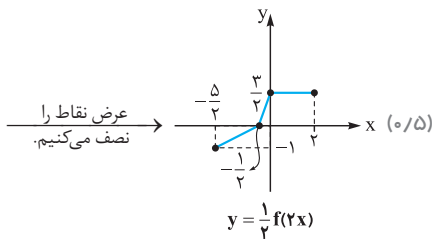


$y^{-1}=\log_2(x+1)$

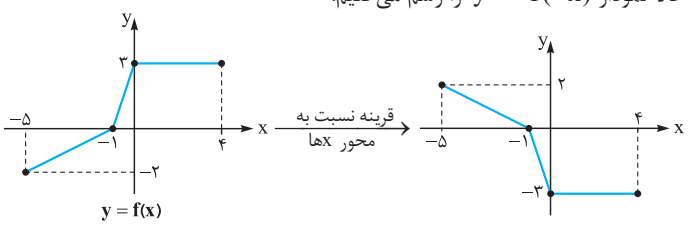
۵ دامنهٔ تابع $f(x)$ برابر $[-5,4]$ می‌باشد. حالا برای یافتن دامنهٔ $f(2x)$ باید طول تمام نقاط را بر ۲ تقسیم کنیم؛ یعنی دامنهٔ تابع $f(2x)$ به صورت $[-\frac{5}{2},\frac{4}{2}]$ خواهد بود. زیرا:

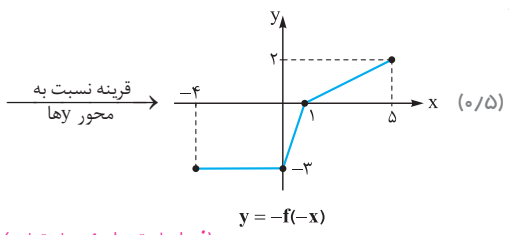
$$-5\leq 2x\leq 4 \xrightarrow{\div 2} -\frac{5}{2}\leq x\leq 2$$





حالا نمودار $y=-f(-x)$ را رسم می‌کنیم:





(فصل ۱ ـ تبدیل نمودار توابع)

۶ ابتدا دامنهٔ توابع f و g را جداگانه به دست می‌آوریم.

نکته

دامنهٔ توابع گویا به شکل $\frac{\bigcirc}{\square}$ برابر است با $\mathbb{R}-\{\square=0$ ریشه‌های معادلهٔ$\}$ و دامنهٔ توابع رادیکالی به شکل $\sqrt[\text{زوج}]{\square}$ برابر است با جواب نامعادلهٔ $\square\geq 0$.

$$f(x)=\frac{1+x^2}{1-x^2} \xrightarrow{\text{یافتن دامنه}} 1-x^2=0 \Rightarrow x^2=1$$
$$\Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{\pm 1\}$$

$$g(x)=\sqrt{x(1-x)} \xrightarrow{\text{یافتن دامنه}} x(1-x)\geq 0 \xrightarrow[\text{علامت}]{\text{جدول تعیین}} 0\leq x\leq 1$$

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{0\leq x\leq 1 \mid \underbrace{\sqrt{x(1-x)}\neq \pm 1}_{\text{طرفین به توان ۲}}\}$$ (۰/۲۵)

$x(1-x)\neq 1$ ↓ $\Delta<0$ ↓ $x\in\mathbb{R}$

$$\Rightarrow D_{fog}=\{0\leq x\leq 1 \mid x\in\mathbb{R}\}=[0,1]$$ (۰/۲۵)

$$(fog)(x)=f(g(x))=\frac{1+g^2}{1-g^2}=\frac{1+(\sqrt{x(1-x)})^2}{1-(\sqrt{x(1-x)})^2}$$ (۰/۵)

(فصل ۱ ـ ترکیب توابع)

۷

$$y=x^2-2x \Rightarrow x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-2)}{2(1)}=1$$ (طول رأس)

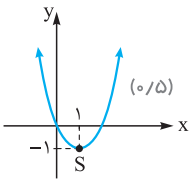
حالا عدد به‌دست‌آمده را در تابع سهمی قرار می‌دهیم تا عرض رأس هم به دست آید:

$$y=x^2-2x \xrightarrow{x=1} y_S=1^2-2(1)=-1$$ (عرض رأس)

پس مختصات رأس به صورت $S(1,-1)$ است.

ضمناً سهمی min دارد، چون ضریب x^2 مثبت است.

اگر مثلاً دامنه را به صورت $[1,+\infty)$ تعریف کنیم، (۰/۲۵)



f یک‌به‌یک خواهد شد که در این صورت خواهیم داشت:

$$y=(x-1)^2-1 \Rightarrow (x-1)^2=y+1$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \underbrace{x-1=\pm\sqrt{y+1}}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{x\geq 1} x-1=\sqrt{y+1}$$

$$\Rightarrow x=1+\sqrt{y+1} \xrightarrow[\text{به یکدیگر}]{\text{تبدیل اسم متغیرها}} \underbrace{f^{-1}(x)=1+\sqrt{x+1}: x\geq -1}_{(۰/۲۵)}$$

(فصل ۱ ـ تابع وارون)

۸ نسبت‌های مثلثاتی $22/5^\circ$ را نمی‌دانیم ولی نسبت‌های مثلثاتی ۲ برابر آن یعنی 45° را می‌دانیم لذا از فرمول‌های 2α استفاده می‌کنیم:

$$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha \xrightarrow{\alpha=22/5^\circ} \underbrace{\cos 45^\circ=1-2\sin^2 22/5^\circ}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=1-2\sin^2 22/5^\circ \Rightarrow 2\sin^2 22/5^\circ=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 22/5^\circ=\frac{2-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin^2 22/5^\circ=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$$

$$\xrightarrow[\text{اول مثبت است.}]{\text{سینوس در ربع}} \sin 22/5^\circ=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$ (۰/۲۵)

$$\cos^2 22/5^\circ=1-\sin^2 22/5^\circ=1-\frac{2-\sqrt{2}}{4}=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \cos 22/5^\circ=\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$ (۰/۲۵)

$$\tan 22/5^\circ=\frac{\sin 22/5^\circ}{\cos 22/5^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}{\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

(فصل ۲ ـ نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ 2α)

۹

$$4\cos^2 x-9\cos x+5=0$$

با فرض $\cos x=t$ خواهیم داشت: $4t^2-9t+5=0 \Rightarrow \Delta=b^2-4ac=81-80=1$

$$\Rightarrow t=\frac{9\pm\sqrt{1}}{2(4)}=\frac{9\pm 1}{8} \Rightarrow \begin{cases} t=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}>1 \text{ غ ق ق} & (۰/۲۵) \\ t=\frac{8}{8}=1 & (۰/۲۵) \end{cases}$$

(کسینوس یک زاویه نمی‌تواند بزرگ‌تر از ۱ باشد.)

$$t=1 \Rightarrow \cos x=1 \Rightarrow x=2k\pi \begin{cases} \xrightarrow{k=0} x=0\in[0,2\pi] & (۰/۲۵) \\ \xrightarrow{k=1} x=2\pi\in[0,2\pi] & (۰/۲۵) \\ \xrightarrow{k=2} x=4\pi\notin[0,2\pi] \end{cases}$$

(فصل ۲ ـ معادلات مثلثاتی)

۱۰ با توجه به شکل، $\max=7$ و $\min=1$ و همچنین دورهٔ تناوب برابر با π است؛ بنابراین:

$$T=\frac{2\pi}{|b|}=\pi \Rightarrow |b|=2 \Rightarrow b=\pm 2$$ (۰/۲۵)

ضمناً توجه کنید که مقدار c همواره برابر است با میانگین max و min، لذا:

$$\max=7, \min=1 \Rightarrow c=\frac{7+1}{2}=4$$ (۰/۲۵)

$$\max=|a|+c \Rightarrow |a|+4=7 \Rightarrow |a|=3 \Rightarrow a=\pm 3$$ (۰/۲۵)

با توجه به شکل a و b هر دو باید هم‌علامت باشند، لذا: $a=3$ و $b=2$ یا $a=-3$ و $b=-2$، ولی ضابطهٔ تابع در هر دو حالت به شکل $\underbrace{y=3\sin 2x+4}_{(۰/۲۵)}$ می‌باشد.

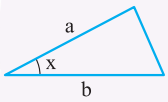
(فصل ۲ ـ تناوب و تانژانت)

(فصل ۲ ـ معادلات مثلثاتی)

۱۱

نکته

اگر دو ضلع و زاویهٔ بین آن‌ها از مثلثی را داشته باشیم مساحت آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$\text{مساحت } S=\frac{1}{2}a.b.\sin x$$

با توجه به اطلاعات مسئله، داریم:

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times 18\times\sin x=9}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \sin x=\frac{9}{18}=\frac{1}{2}=\sin\underbrace{\frac{\pi}{6}}_{\alpha}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2k\pi+\frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} x=\frac{\pi}{6} & (۰/۲۵) \\ x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{5\pi}{6} \xrightarrow{k=0} x=\frac{5\pi}{6} & (۰/۲۵) \end{cases}$$

پس مسئله دو جواب دارد، یعنی ۲ مثلث با خواص ذکرشده وجود دارند. (۰/۲۵)

۱۲ الف)

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^3-x^2-x+10}{x^2+3x+2}=\frac{0}{0}$$

عامل صفرشونده $(x+2)$ است؛ پس صورت و مخرج را بر $(x+2)$ تقسیم می‌کنیم.

البته مخرج به راحتی به کمک اتحاد جمله‌مشترک قابل تجزیه است:

$$x^2+3x+2=(x+2)(x+1)$$

حالا صورت کسر را بر $x+2$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x+10 & x+2 \\ \hline -(x^3+2x^2) & x^2-3x+5 \\ \hline -3x^2-x+10 & \\ -(-3x^2-6x) & \\ \hline 5x+10 & \\ -(5x+10) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{حد مورد نظر}=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x^2-3x+5)}{(x+2)(x+1)}$$ (۰/۵)

$$=\frac{(-2)^2-3(-2)+5}{-2+1}=\frac{15}{-1}=-15$$ (۰/۲۵)

(فصل ۳ ـ یادآوری و تکمیل بخش پذیری)

ب)

$$\lim_{t\to -\infty}\frac{1-9t^3}{t^2+2t}=\underbrace{\lim_{t\to -\infty}\frac{-9t^3}{t^2}}_{(۰/۲۵)}=\lim_{t\to -\infty}\frac{-9t}{1}=-9\times(-\infty)=+\infty$$ (۰/۲۵)

(فصل ۳ ـ حد در بی‌نهایت)

پ) اگر به جای x ها ۱ بگذاریم، مخرج کسر صفر می‌شود، لذا باید حد چپ و راست را جداگانه محاسبه کنیم:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{4x}{(x-1)^3}=\frac{4(1)}{(0^+)^3}=\frac{4}{0^+}=+\infty \quad (0/25)$$

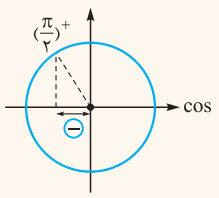
$$\lim_{x\to 1^-}\frac{4x}{(x-1)^3}=\frac{4(1)}{(0^-)^3}=\frac{4}{0^-}=-\infty \quad (0/25)$$

(فصل ۳ ـ حد نامتناهی)

ت)

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\tan x=\underbrace{\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{\sin x}{\cos x}}_{(0/25)}=\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\cos(\frac{\pi}{2})^+}=\frac{1}{0^-}=-\infty \quad (0/25)$$

(فصل ۳ ـ حد نامتناهی)



دقت کنید که x دارد از مقادیر بزرگ‌تر از $\frac{\pi}{2}$ به سمت $\frac{\pi}{2}$ نزدیک می‌شود؛ یعنی در دایرهٔ مثلثاتی، x ما در ربع دوم قرار دارد و لذا کسینوس آن، عددی منفی می‌شود.

۱۳ چون $x=1$ نقطهٔ شکست دامنهٔ تابع f است، باید حد چپ و حد راست f را جداگانه حساب کنیم:

$$\lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{\overbrace{|x-1|}^{+}}{x^2-1}=\underbrace{\lim_{x\to 1^+}\frac{\cancel{x-1}}{\cancel{(x-1)}(x+1)}}_{(0/25)}=\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x+1}=\frac{1}{2} \quad (0/25)$$

$$\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}[2x-1]=[2(1)^- -1]=[1^-]=0 \quad (0/25)$$

حد چپ و راست با هم مساوی نشدند، پس $\underbrace{f \text{ در } x=1 \text{ حد ندارد.}}_{(0/25)}$

(فصل ۳ ـ حد توابع چندضابطه‌ای)

۱۴ الف) وقتی x از سمت چپ به ۲ نزدیک می‌شود، عرض نقاط تابع f از هر عدد مثبتی بزرگ‌تر می‌شود، لذا:

$$\underbrace{\lim_{x\to 2^-}f(x)=+\infty}_{(0/5)}$$

(فصل ۳ ـ حد نامتناهی)

ب) وقتی x به سمت $+\infty$ نزدیک می‌شود، مقادیر تابع g به عدد ۱ نزدیک و نزدیک‌تر می‌شوند، لذا:

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=1 \quad (0/5)$$

(فصل ۳ ـ حد در بی‌نهایت)

۱۵ الف) منظور از عبارت $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ همان $f'(3)$ می‌باشد. از طرفی در متن سؤال ذکر شده که شیب خط مماس در $x=3$ برابر ۴ است، لذا $\underbrace{f'(3)=4}_{(0/25)}$ بوده و خواهیم داشت:

$$\underbrace{2k-1=4}_{(0/25)} \Rightarrow 2k=5 \Rightarrow k=\frac{5}{2} \quad (0/25)$$

ب)

$$\lim_{x\to 3}\frac{2f(x)-2f(3)}{x-3}=2\underbrace{\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}}_{(0/25)}=\underbrace{2\times f'(3)}_{(0/25)}=2\times 4=8 \quad (0/25)$$

(فصل ۴ ـ آشنایی با مفهوم مشتق)

۱۶

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$\Rightarrow \underbrace{f'(3)=\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}}_{(0/25)}=\underbrace{\lim_{x\to 3}\frac{-x^2+4x-3}{x-3}}_{(0/25)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{-(x^2-4x+3)}{x-3}=\underbrace{\lim_{x\to 3}\frac{-\cancel{(x-3)}(x-1)}{\cancel{x-3}}}_{(0/25)}=-2 \quad (0/25)$$

حالا به کمک $A(3,3)$ و $m=-2$ معادلهٔ خط مماس را می‌نویسیم:

$$\underbrace{y-y_1=m(x-x_1)}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{y-3=-2(x-3)}_{(0/25)}$$

(فصل ۴ ـ آشنایی با مفهوم مشتق)